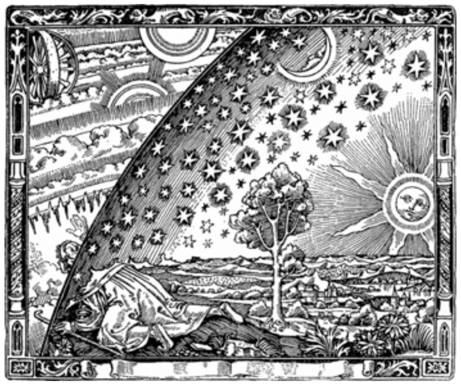
А.И. Слободянюк
А.А. Мищук
В.И. Анцулевич
Л.Г. Маркович

Республиканская физическая олимпиада (III этап) 2012 год



Теоретический тур

Задача 9.1. Простая задача про простые механизмы.

Когда великий Архимед открыл правило рычага, он воскликнул: «Дайте мне точку опоры, и я переверну Землю!».

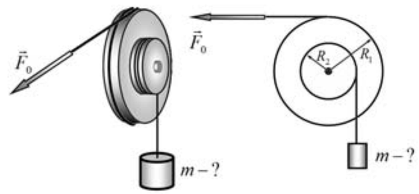
И не случайно – еще в античные времена это правило трансформировалось в «золотое правило механики»: «ни один механизм не дает выигрыша в работе, во сколько раз выигрываешь в силе, во столько раз проигрываешь в работе!». А через 2 тысячи лет из этого правила вырос закон сохранения энергии, основа современной физики.

Вам предстоит доказать, что Вы тоже понимаете «золотое правило механики» и его применение к различным механизмам. В каждой части не только приведите ответ, но и обоснуйте его. Во всех устройствах трением пренебрегайте.

1.1 Ворот.

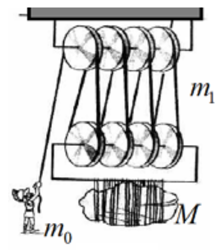
Подъемное устройство (ворот) состоит из двух соединенных толстых дисков, насаженных на одну горизонтальную ось. Радиусы дисков равны R_1, R_2.

На боковые поверхности дисков намотаны крепкие веревки. Одну из них тянут горизонтально с постоянной силой $\vec{F}_0$. Определите массу груза m, который можно поднять с помощью этого устройства.



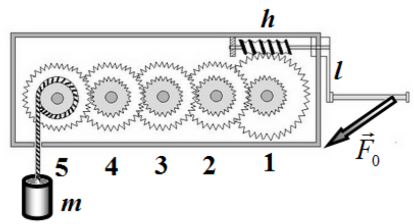
1.2 Полиспаст.

На рисунке показано еще одно подъемное устройство – полиспаст. Определите массу груза M, который может поднять человек массы m_0 с помощью этого устройства. Масса всех одинаковых блоков полиспаста равна m_1, массой остальных его частей можно пренебречь.



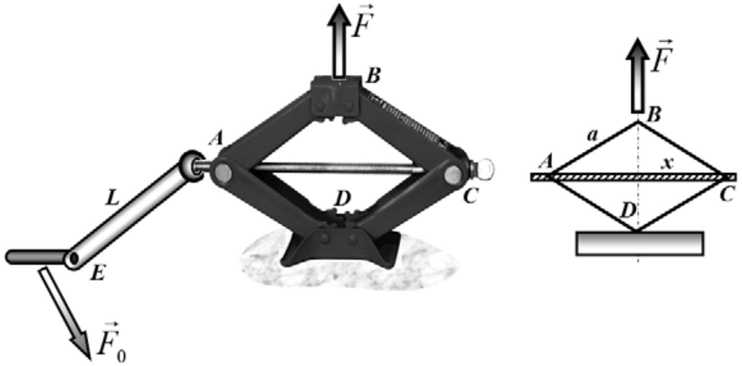
1.3 Лебедка.

На рисунке показана схема еще одного подъемного устройства – лебедки. Сдвоенные шестерни 2-5 имеют n_1 зубьев на большей шестеренке и n_2 зубьев на меньшей шестеренке (причем $n_1 = 2n_2$). На последней 5 ступени меньшая шестеренка заменена на диск радиуса r, на который намотана веревка, к которой привязывают поднимаемый груз m. Первую шестерню



приводят во вращения с помощью червячного механизма. Ось червяка вращают с помощью ручки, длина плеча которой равна l. Силу F_0 прикладывают к рукоятке перпендикулярно плечу. Определите массу груза, которую можно поднять с помощью этой лебедки.

1.4 Домкрат.



На рисунке показан домкрат и его схема. Основу домкрата составляет подвижная рама ***ABCD,*** имеющая форму ромба со стороной $a = 25\,см$. Эти стороны соединены шарнирно. Между точками ***A*** и ***C*** находится стержень с резьбой с шагом $h = 2{,}0\,мм$. При вращении стержня узел ***A*** (внутри которого имеется гайка с соответствующей резьбой) приближается к узлу ***C,*** при этом узел ***B*** поднимается и поднимает необходимый груз. Стержень с резьбой вращают с помощью рукоятки ***AE,*** длина которой $L = 30\,см$. Силу $F_0 = 50\,Н$ прикладывают к ручке рукоятки перпендикулярно к плечу ***AE.*** Рассчитайте подъемную силу домкрата (т.е. силу F) в тот момент, когда расстояние ***AC*** (обозначим его x) в два раза больше расстояния ***BD.***
Постройте примерный график зависимости подъемной силы домкрата от длины x (которая изменяется в ходе подъема).

Подсказка. Рассмотрите малое изменение величины x.

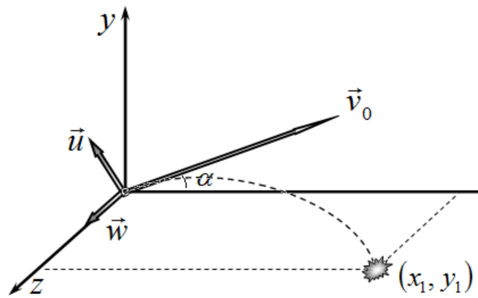
Задача 9.2. Убойная задача про убойные механизмы.

Попасть точно в цель из артиллерийского орудия — не простая задача. Еще более сложная — рассчитать, куда попадет снаряд при заданной скорости вылета и ориентации ствола. Необходимо рассмотреть множество факторов — ветер, вращение земли и т. д. В данной задаче мы предлагаем Вам учесть тот факт, что снаряд вылетает не точно вдоль ствола, а имеет некоторую скорость и в перпендикулярном направлении. Величина и направление этой скорости зависят от многих случайных факторов, поэтому при одной и той же ориентации ствола и одинаковой начальной

скорости (вдоль ствола) вылета снарядов они будут попадать в некоторую область, границы которой Вам предстоит определить.

Для разминки. Пусть снаряд вылетает из пушки со скоростью v_0, направленной вдоль ствола, ориентированного под углом α к горизонту. Ось x направим вдоль земли в направлении движения снаряда. Ось y - перпендикулярно земле.

0. Запишите уравнения движения снаряда ($x(t)$, $y(t)$) и определите дальность полета x_0.



Помимо скорости $\vec{v}_0$ направленной вдоль оси ствола (в плоскости xOy и под углом α к горизонту) в результате случайных факторов снаряд в момент выстрела приобретает дополнительную скорость, направленную перпендикулярно вектору $\vec{v}_0$. Эту дополнительную скорость можно разложить на две компоненты: $\vec{u}$, лежащую в плоскости xOy, и $\vec{w}$ - направленную перпендикулярно ей, то есть вдоль оси Oz.

1. Запишите выражения для проекций скорости снаряда на соответствующие оси координат: v_x, v_y, v_z.
2. Запишите уравнения движения снаряда вдоль всех трех осей.
3. Определите координаты места падения снаряда $(x_1; z_1)$.

Отклонением снаряда от расчетной траектории назовем величины: $\Delta x = x_1 - x_0$ и $\Delta z = z_1$. Скорости u и w значительно меньше скорости v_0, поэтому, отбросив несущественные слагаемые, выражения для Δx и Δz можно записать в простом виде:

$$\Delta x = A\cos 2\alpha$$
$$\Delta z = B\sin\alpha$$

4. Выразите постоянные A и B через u и w, v_0 и ускорение свободного падения g.

Пусть $v_0 = 500\,м/с$, $g = 10{,}0\,м/с^2$. Рассмотрите частные случаи:
а) $u = \pm 10{,}0\,м/с$, $w = 0$.
б) $w = \pm 10{,}0\,м/с$, $u = 0$.

5. Рассчитайте величины отклонений (Δx и Δz) для углов $30{,}0^\circ$, $45{,}0^\circ$ и $60{,}0^\circ$ градусов.
При стрельбе скорости u и w меняются случайным образом, однако максимальная суммарная перпендикулярная скорость ($\sqrt{u^2 + w^2}$) не превосходит значения u_0. Пусть $u_0 = 10\,м/с$.

6. Изобразите схематически область, в которую будут попадать снаряды при многочисленных выстрелах с одной и той же скоростью $v_0 = 500 м/с$ при одинаковом угле α. Рассмотрите три случая для углов: $30{,}0^\circ$, $45{,}0^\circ$ и $60{,}0^\circ$ градусов.

Тригонометрические подсказки:

$$\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha} = tg\alpha$$

$$2\sin\alpha\cos\alpha = \sin 2\alpha$$

$$\cos^2\alpha - \sin^2\alpha = \cos 2\alpha$$

Задача 9.3 Большая теплая задача про тепловые большие механизмы.

По сообщению Министерства энергетики Республики Беларусь ежегодно в стране производится **36 млн. Гкал** тепловой энергии. Эту энергию мало произвести – ее еще надо доставить потребителю – например, Вам, для обогрева квартиры! В данной задаче необходимо провести некоторые расчеты, связанные с производством и передачей тепловой энергии, а также рассмотреть альтернативные возможности ее передачи.

Во всех пунктах задач обязательно приведите расчетные формулы, а затем результаты численных расчетов.

Обратите внимание – в конце задачи приведены необходимые справочные данные!

Часть 1. Что мы имеем?

Традиционно производство тепловой энергии осуществляется посредством нагревания воды при сжигании топлива и ее последующей транспортировки по теплотрассам к потребителю.

1.1 Рассчитайте сколь тонн воды, которую необходимо нагреть от температуры $t_0 = 20°C$ до температуры $t_1 = 90°C$, чтобы произвести всю тепловую энергию за год в нашей стране.

1.2. Сколько тонн нефти необходимо сжечь, что бы произвести это количество тепловой энергии? Считайте, что КПД нагревательной установки составляет $\eta = 80\%$.

1.3. Допустим, что вся нагретая вода поставляется по трубам, причем средняя скорость течения воды в трубе составляет $v = 10\frac{м}{с}$. Какую работу должны совершить насосы, что разогнать всю нагретую в республике горячую воду до этой скорости?

Вязким трением воды в трубах пренебрегайте.

1.4. Сколько нефти необходимо дополнительно сжечь, что обеспечить работу всех насосных станций? КПД насоса примите равным $\eta = 40\%$.

1.5. Чему равна стоимость (в долларах США) всей этой нефти (и на нагрев воды, и на работу насосных станций)? Среднюю стоимость нефти примите равной 150 долларов/баррель.

1.6. Оцените площадь поперечного сечения всех труб теплотрасс, по которым горячая вода поставляется потребителю?

Часть 2 Можно ли сэкономить?

В данной части задачи мы мысленно переместимся в исследовательскую лабораторию, чтобы от громадных чисел республиканских масштабов перейти к более скромным и осязаемым величинам.

Вы знаете, что теплоперенос может осуществляться различными способами, в том числе без переноса массы. Вам необходимо провести сравнительный анализ этих способов.

2.1 Рассмотрим традиционный способ передачи теплоты – посредством перекачки горячей воды. Пусть горячая вода ($t_1 = 90°C$) перекачивается из котла нагревателя по трубе диаметром $d = 5{,}0 см$ и длиной $l = 10 м$ со скоростью $v = 10\frac{м}{с}$ к холодильнику, где остывает до температуры $t_0 = 20°C$. Считайте, что потерями теплоты при движении жидкости по трубе можно пренебречь. Найдите поток теплоты, переносимой в этих условиях.

2.2 Теплоперенос может осуществляться посредством теплопередачи по неподвижному стержню. Для исследования этого способа передачи создана следующая установка. Медный стержень диаметром $d = 5{,}0 см$ и длиной $l = 10 м$ одним концом соединен с нагревателем, поддерживающим постоянную температуру $t_1 = 90°C$, а вторым с холодильником, поддерживающим постоянную температуре $t_0 = 20°C$. Боковая поверхность стержня теплоизолирована.

2.2.1. При каком распределении температуры вдоль стержня поток теплоты по нему будет постоянным? Запишите формулу, описывающую зависимость температуры стержня от расстояния до его горячего конца.

2.2.2 Какое количество теплоты потребуется, что нагреть стержень, до такого распределения температур, при котором поток теплоты по нему будет постоянным?

2.2.3 Найдите поток теплоты по стержню в установившемся режиме теплопередачи (т.е. когда этот поток постоянен).

2.3 В природе теплоперенос в больших масштабах осуществляется посредством испарения и конденсации воды. Попытайтесь оценить возможности такого способа теплопередачи.

Пусть в теплоизолированную трубу диаметром $d = 5{,}0 см$ и длиной $l = 10 м$ поступает водяной пар при температуре $t_1 = 90°C$, движется по ней со средней скоростью $v = 50\frac{м}{с}$ и конденсируется на другом конце трубы. Найдите поток теплоты, переносимой паром в этой установке. Считайте, что сконденсировавшаяся вода остывает до температуры $t_0 = 20°C$.

<u>Справочные материалы.</u>

Гкал – гигокалория;
- приставка Гига- означает 10^9 .
- калория единица теплоты (или тепловой энергии), 1 кал = 4,21 Дж.

Удельная теплота сгорания нефти - $q = 4{,}0 \cdot 10^7 \dfrac{Дж}{кг}$

Плотность воды $\rho = 1{,}0 \cdot 10^3 \dfrac{кг}{м^3}$.

Плотность водяного пара (при условиях, рассматриваемых в данной задаче) считать равной $\rho = 0{,}70 \dfrac{кг}{м^3}$.

Плотность меди - $\rho = 8{,}9 \cdot 10^3 \dfrac{кг}{м^3}$

Удельная теплоемкость воды $c = 4{,}2 \cdot 10^3 \dfrac{Дж}{кг \cdot град}$.

Удельная теплоемкость меди $c = 0{,}39 \cdot 10^3 \dfrac{Дж}{кг \cdot град}$.

Удельная теплота испарения воды $L = 2{,}25 \cdot 10^6 \dfrac{Дж}{кг}$.

1 нефтяной баррель равен 158,988 литров.

Стандартная плотность нефти марки Urals (в основном поставляемой в Республику Беларусь) принимается равной $\rho = 0{,}864 \cdot 10^3 \dfrac{кг}{м^3}$

Поток теплоты – количество теплоты, переносимой в единицу времени $q = \dfrac{\Delta Q}{\Delta \tau}$, где ΔQ - количество перенесенной теплоты за промежуток времени $\Delta \tau$.

Если разность температур концов однородного теплоизолированного стержня длиной l равна Δt, тогда в единицу времени через площадку единичной площади поперечного сечения в единицу времени протекает количество теплоты, равное

$$q = \lambda \frac{\Delta t}{l}. \qquad (1)$$

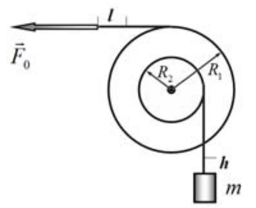
где λ - коэффициент теплопроводности – величина, зависящая от материала, из которого изготовлен стержень.

Коэффициент теплопроводности меди $\lambda = 390 \dfrac{Вт}{м \cdot град}$.

Решения задач.

Задача 9.1. Простая задача про простые механизмы.

1.1 Ворот.



Если конец веревки, к которой приложена сила, сместить на расстояние l, то груз поднимется на высоту h, которую можно найти из условия равенства углов поворота:

$$\frac{l}{R_1} = \frac{h}{R_2}. \qquad (1)$$

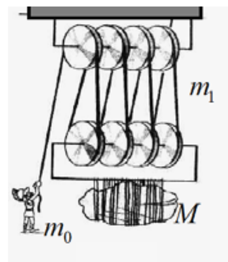
В соответствии с «золотым правилом» выполняется условие

$$F_0 l = mgh. \qquad (2)$$

Из этих выражений, следует, что масса поднимаемого груза равна

$$m = \frac{F_0}{g}\frac{R_1}{R_2}. \qquad (3)$$

1.2 Полиспаст.



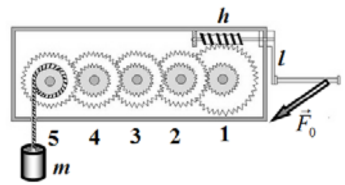
Из условия постоянства длины веревки следует, что если человек опустит конец веревки на величину l, то груз поднимется на высоту $h = \dfrac{l}{8}$. Так как максимальная сила, которую может приложить человек равна $m_0 g$, то максимальный груз, который можно поднять, находится из «золотого правила механики»:

$$m_0 gl = \left(M + \frac{m_1}{2}\right)gh. \qquad (1)$$

Откуда следует, что

$$M = 8m_0 - \frac{m_1}{2}. \qquad (2)$$

1.3 Лебедка.



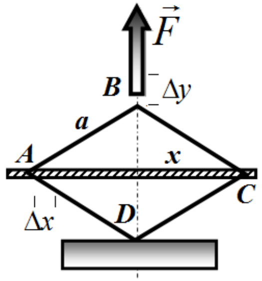
Допустим, рукоятку повернули на один оборот (при этом ее конец прошел расстояние равное $L = 2\pi l$), первая шестерня повернулась на угол $\varphi_1 = \dfrac{2\pi}{n_1}$. Вторая шестерня при этом повернется на угол в 2 раза меньший (так как на меньшей шестеренке в два раза меньше зубьев), угол поворота каждой следующей также будет в два раза меньше предыдущей. Следовательно, пятая шестерня повернется на угол $\varphi_5 = \dfrac{\varphi_1}{16}$, при этом груз поднимется на высоту

$$h = r\varphi_5 = r\frac{1}{16}\frac{2\pi}{n_1}. \qquad (1)$$

Из «золотого правила механики» следует равенство

$$ч\, F_0 L = mgh \quad\Rightarrow\quad m = F_0 \frac{L}{h} = F_0 \frac{2\pi l}{\left(r \frac{1}{16}\frac{2\pi}{n_1}\right)} = 16 n_1 \frac{l}{r} F_0 . \qquad (2)$$

1.4 Домкрат.



Нам необходимо связать путь, пройденный рукояткой, с высотой подъема груза. Пусть узел ***A*** сместился на малое расстояние Δx, а груз поднялся на высоту Δy. Из теоремы Пифагора для длины стороны ромба можно записать два выражения (до смещения и после смещения)

$$\begin{aligned} &\left(\frac{x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y}{2}\right)^2 = a^2 \\ &\left(\frac{x-\Delta x}{2}\right)^2 + \left(\frac{y+\Delta y}{2}\right)^2 = a^2 \end{aligned} . \qquad (1)$$

Здесь y высота ***BD*** до начала смещения.

Раскроем скобки во втором уравнении

$$\frac{x^2 - 2x\Delta x + (\Delta x)^2}{4} + \frac{y^2 - 2y\Delta y + (\Delta y)^2}{4} = a^2 . \qquad (2)$$

Так как мы считаем смещения малыми, то в этой формуле можно пренебречь еще более малыми квадратами смещений. Если теперь из уравнения (2) вычесть первое уравнение системы (1), то получим

$$-2x\Delta x + 2y\Delta y = 0 \quad\Rightarrow\quad \Delta y = \frac{y}{x}\Delta x . \qquad (3)$$

Если рукоятка сделает один оборот (ее конец пройдет путь $S = 2\pi L$), то узел А сместится на величину шага винта $\Delta x = h$, при этом груз поднимется на величину $\Delta y = \frac{y}{x} h$. В очередной раз записываем уравнение, следующее из «золотого правила механики»

$$2\pi L F_0 = F \frac{y}{x} h \quad\Rightarrow\quad F = \frac{2\pi L}{h}\frac{x}{y} F_0 . \qquad (4)$$

Подставляя численные значения, получим окончательный результат

$$F = \frac{2\pi L}{h}\frac{x}{y} F_0 = \frac{2\pi \cdot 30 см}{0{,}2 см} \cdot 2 \cdot 50\, Н = 9{,}4 \cdot 10^4\, Н . \qquad (5)$$

Итак, грузоподъемность – более 9 Тонн, а приложенная сила всего-то 5 Килограмм!

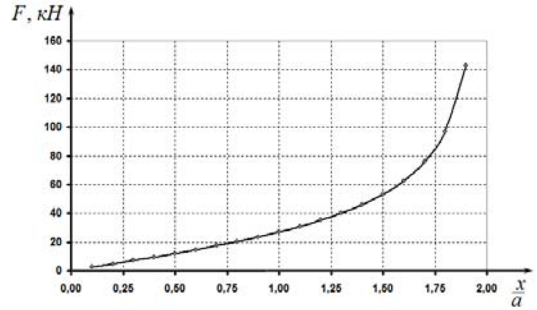
Для построения графика в формуле (4) необходимо выразить подставить y как функцию x. Эту зависимость, можно выразить из первого уравнения системы (1):

$$y = \sqrt{4a^2 - x^2} . \qquad (6)$$

Таким образом, искомая функция имеет вид

$$F = \frac{2\pi L}{h}\frac{x}{y} F_0 = \frac{2\pi L}{h} F_0 \frac{x}{\sqrt{4a^2 - x^2}} = \frac{2\pi L}{h} F_0 \frac{\frac{x}{a}}{\sqrt{4 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}} = 4{,}7 \cdot 10^4 \frac{\frac{x}{a}}{\sqrt{4 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}} . \qquad (7)$$

График этой функции можно построить по точкам. При $x \to 2a$, то есть в начале подъема грузоподъемность наибольшая, по мере подъема грузоподъемность падает.



Задача 9.2. Убойная задача про убойные механизмы.

0. Уравнения движение вдоль осей:

$$x(t) = v_0 \cos\alpha t \quad (1),$$

$$y(t) = v_0 \sin\alpha t - \frac{gt^2}{2} \quad (2).$$

Время полета снаряда:

$$t_n = 2\frac{v_0 \sin\alpha}{g} \quad (3).$$

Тогда дальность полета:

$$x_0 = \frac{2v_0^2 \cos\alpha \sin\alpha}{g} = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (4).$$

1. Проекции скорости на оси:

$$v_x = v_0 \cos\alpha - u \sin\alpha \quad (5),$$

$$v_y = v_0 \sin\alpha + u \cos\alpha \quad (6),$$

$$v_z = w \quad (7).$$

2. Уравнения движения:

$$x(t) = (v_0 \cos\alpha t - u \sin\alpha)t \quad (8),$$

$$y(t) = (v_0 \sin\alpha + u \cos\alpha)t - \frac{gt^2}{2} \quad (9),$$

$$z(t) = wt \quad (10).$$

3. Время полета снаряда:

$$t_n = 2\frac{v_0 \sin\alpha + u \cos\alpha}{g} \quad (11),$$

подставляя в (8) и (10), получим:

$$x_1 = 2(v_0 \cos\alpha - u \sin\alpha)(v_0 \sin\alpha + u \cos\alpha) = \frac{v_0^2 \sin 2\alpha}{g} - \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} + \frac{2v_0 u \cos 2\alpha}{g} \quad (12),$$

$$z_1 = 2w\frac{v_0 \sin\alpha + u \cos\alpha}{g} \quad (13).$$

4. Величины отклонения равны:

$$\Delta x = \frac{2v_0 u \cos 2\alpha}{g} - \frac{u^2 \sin 2\alpha}{g} \quad (14),$$

$$\Delta z = \frac{2wv_0 \sin\alpha}{g} + \frac{2wu \cos\alpha}{g} \quad (15).$$

Т. к. $w << v_0$ и $u << v_0$, то вторыми слагаемыми в выражениях можно пренебречь. Тогда искомые постоянные равны:

$$A = \frac{2v_0 u}{g} \quad (15),$$

$$B = \frac{2v_0 w}{g} \quad (16).$$

5. Результаты расчетов представлены в таблице:

	$\alpha = 30{,}0^o$	$\alpha = 45{,}0^o$	$\alpha = 60{,}0^o$
а) $u = \pm 10{,}0 м/с$, $w = 0$	$\pm 500 м$	$0 м$	$\pm 500 м$
б) $w = \pm 10{,}0 м/с$, $u = 0$	$\pm 500 м$	$\pm 707 м$	$\pm 866 м$

Заметим, что при угле $\alpha = 45{,}0^o$ отклонение вдоль оси x получилось равным нулю. На самом деле если учесть ранее отброшенное в (13) слагаемое, то величина отклонения оказывается равной $-10 м$, что совершенно несущественно.

6. Найденные в предыдущем пункте значения - это крайние точки искомой области. Но чем больше скорость вдоль одного направления, тем меньше она вдоль другого. Поэтому точки необходимо соединить кривой, похожей (неужели?) на эллипс. В зависимости от угла, эта область будет иметь различную протяженность вдоль соответствующих осей. При угле $\alpha = 30{,}0^o$ - это круг. А при угле $\alpha = 45{,}0^o$ - прямая линия (см. рис. 1).

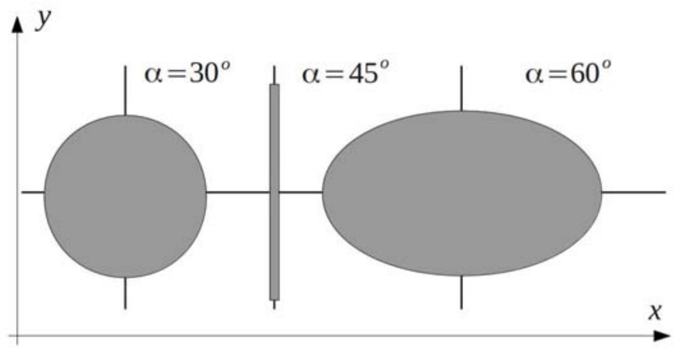


Рис. 1.

Задача 9.3 Большая теплая задача про тепловые большие механизмы.

Часть 1. Что мы имеем?

1.1 Расчет массы m_1 нагреваемой воды производим по известной формуле для теплообмена

$$Q_0 = cm_1(t_1 - t_0) \quad \Rightarrow \quad m_1 = \frac{Q_0}{c(t_1 - t_0)} = \frac{3{,}6 \cdot 10^{16} \cdot 4{,}21}{4{,}21 \cdot 10^3 \cdot (90 - 20)} \text{кг} = 5{,}1 \cdot 10^{11} \text{кг} = 5{,}1 \cdot 10^8 \text{ т},$$

где $Q_0 = 3{,}6 \cdot 10^{16}$ кал $= 1{,}5 \cdot 10^{17}$ Дж – количество теплоты (энергии), произведенное в нашей стране за год.

1.2 Для производства этого же количества энергии Q_0 необходимо сжечь массу нефти m_2. С учетом КПД нагревательной установки имеем

$$Q_0 = qm_2\eta \quad \Rightarrow \quad m_2 = \frac{Q_0}{q\eta} = \frac{3{,}6 \cdot 10^{16} \cdot 4{,}21}{4{,}0 \cdot 10^7 \cdot 0{,}80} \text{кг} = 4{,}7 \cdot 10^9 \text{ кг} = 4{,}7 \cdot 10^6 \text{ т}.$$

1.3 При разгоне нагретой воды насосы совершают работу A по увеличению кинетической энергии воды, следовательно (работой сил вязкого трения воды в трубах пренебрегаем)

$$A = \frac{m_1\upsilon^2}{2} = \frac{5{,}1 \cdot 10^{11} \cdot (10)^2}{2} \text{Дж} = 2{,}6 \cdot 10^{13} \text{ Дж}.$$

1.4 С учетом результата, полученного в пункте 1.3, найдем массу нефти, которую (с учетом коэффициента полезного действия) необходимо дополнительно сжечь для обеспечения работы насосных станций

$$qm_3\eta = A \quad \Rightarrow \quad m_3 = \frac{A}{q\eta} = \frac{2{,}6 \cdot 10^{13}}{4{,}0 \cdot 10^7 \cdot 0{,}40} \text{кг} = 1{,}6 \cdot 10^6 \text{ кг} = 1{,}6 \cdot 10^3 \text{ т}.$$

1.5 Суммарная стоимость всей нефти (и на нагрев воды, и на работу насосных станций), если ее объем выразить в баррелях (b) будет равна

$$C = c_0 \cdot b = 150 \cdot \frac{m_2 + m_3}{\rho} \cdot \frac{1}{V_0} = 150 \frac{(4{,}7 \cdot 10^9 + 1{,}6 \cdot 10^6)}{0{,}864 \cdot 10^3} \cdot \frac{1}{159 \cdot 10^{-3}} \text{долларов} = ,$$
$$= 5{,}1 \cdot 10^9 \text{ долларов} = 5{,}1 \text{ млрд. долл.}$$

где $c_0 = 150$ USD/баррель.

1.6 Пусть горячая вода массой m_1 проходит к потребителю по трубам (за год $t = 365 \cdot 24 \cdot 3600 \text{с} = 3{,}15 \cdot 10^7$ с) со скоростью υ, тогда

$$m_1 = \rho\upsilon St \quad \Rightarrow \quad S = \frac{m_1}{\rho\upsilon t} = \frac{5{,}1 \cdot 10^{11}}{1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 365 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ м}^2 = 1{,}6 \text{ м}^2.$$

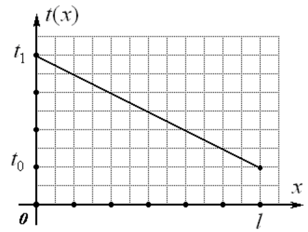
Часть 2. Можно ли сэкономить?

2.1 Поток теплоты при перекачке воды «традиционным» способом по трубам считаем по определению

$$q = \frac{cm\Delta t}{\Delta\tau} = \frac{c\rho\upsilon S\Delta t\Delta\tau}{\Delta\tau} = c\rho\upsilon S\Delta t = 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 1{,}0 \cdot 10^3 \cdot 10 \cdot 3{,}14 \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 70 \ \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = .$$
$$= 5{,}8 \cdot 10^6 \ Вт$$

2.2.1 Согласно формуле (1), приведенной в справочных материалах, для обеспечения постоянного потока теплоты вдоль стержня температура стержня должна уменьшаться на постоянную величину Δt при смещении на фиксированное расстояние l по стержню. Это соответствует линейной зависимости $t(x)$, следовательно

$$t(x) = t_1 - \frac{(t_1 - t_0)}{l} x.$$



2.2.2 Для расчета количества теплоты, необходимой для нагрева стержня необходимо учесть, что температуры различных участков стержня различны. В данном случае (при линейном распределении температур) можно использовать среднюю температуру

$$Q_1 = cm\frac{t_1 - t_0}{2} = 0{,}39 \cdot 10^3 \cdot 8{,}9 \cdot 10^3 \cdot 3{,}14 \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 10 \cdot \frac{90 - 20}{2} \text{ Дж} = 2{,}4 \cdot 10^6 \text{ Дж}.$$

2.2.3 В установившемся режиме поток теплоты по стержню найдем, используя формулу (1) из справочных материалов

$$q = \lambda\frac{t_1 - t_0}{l} = 390 \cdot \frac{90 - 20}{10} \ \frac{\text{Дж}}{\text{с}} = 2{,}7 \cdot 10^3 \ Вт.$$

2.3 При теплопереносе посредством испарения и конденсации воды следует учесть теплоту конденсации пара и остывания получившейся затем воды от температуры $t_1 = 90°C$ до температуры $t_0 = 20°C$. При этом количество выделившейся теплоты

$$Q = m(L + c\Delta t) = \rho S\upsilon\Delta\tau(L + c\Delta t).$$

Соответственно, поток теплоты, переносимый паром в такой установке (кинетической энергией пара пренебрежем в силу ее малости по сравнению с энергией Q)

$$q = \frac{Q}{\Delta\tau} = \rho S\upsilon(L + c\Delta t) = 0{,}70 \cdot 3{,}14 \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-2})^2 \cdot 50 \cdot (2{,}25 \cdot 10^6 + 4{,}2 \cdot 10^3 \cdot 70) \ \frac{\text{Дж}}{\text{с}}.$$
$$= 1{,}7 \cdot 10^5 \ Вт$$