

1.7. Динамика движения материальной точки по окружности.

Основное уравнение динамики материальной точки (второй закон Ньютона)

$$m\vec{a} = \vec{F},$$

где \vec{F} – равнодействующая приложенных к телу сил, в проекциях на касательную и нормаль к траектории точки имеет вид

$$ma_\tau = F_\tau, \quad m\frac{v^2}{R} = F_n.$$

1.183¹. На горизонтально вращающейся платформе на расстоянии $R = 0,50$ м от оси вращения лежит груз. При какой частоте вращения ν платформы груз начнет скользить? Коэффициент трения между грузом и платформой равен $\mu = 0,050$.

1.184². На краю вращающейся платформы радиуса $R = 1,0$ м лежит груз. В какой момент времени τ после начала вращения платформы груз начнет скользить, если вращение платформы равноускоренное и в момент времени $\tau_0 = 120$ с она имеет угловую скорость $\omega = 1,4$ рад/с? Коэффициент трения между грузом и платформой $\mu = 0,050$.

1.185¹. Каков должен быть минимальный коэффициент трения μ_{\min} между шинами автомобиля и асфальтом, чтобы автомобиль мог пройти без проскальзывания закругление радиуса $R = 100$ м на скорости $v = 50$ км/ч?

1.186¹. Самолет выполняет петлю Нестерова («мертвую петлю»), имеющую радиус $R = 255$ м. Какую минимальную скорость v должен иметь самолет в верхней точке петли, чтобы летчик не повис на ремнях, которыми он пристегнут к креслу?

1.187¹. С какой минимальной угловой скоростью ω нужно вращать ведро в вертикальной плоскости, чтобы из него не выливалась вода? Расстояние от оси вращения до поверхности воды L .

1.188¹. Барабан сушильной машины, имеющей диаметр $D = 1,96$ м, вращается с угловой скоростью $\omega = 20$ рад/с. Во сколько раз сила F , прижимающая ткань к стенке, больше действующей на эту ткань силы тяжести mg ?

1.189². Невесомый стержень равномерно вращается в горизонтальной плоскости с частотой ν . На расстояниях L_1 и L_2 от оси вращения закреплены грузы с массами m_1 и m_2 . Какая горизонтальная сила F действует на ось вращения, находящуюся между грузами?

1.190². Автомобиль массы $m = 1000$ кг движется со скоростью $v = 36$ км/ч по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны $R = 50$ м. С какой силой F давит автомобиль на мост в его верхней точке? С какой минимальной скоростью v_{\min} должен двигаться автомобиль по мосту, чтобы в верхней точке моста он перестал оказывать на него давление?

1.191². Автомобиль массы m движется со скоростью v по выпуклому мосту, имеющему радиус кривизны R . С какой силой F давит автомобиль на мост в точке, направление на которую из центра кривизны моста составляет с вертикалью угол α ?

1.192². Через реку ширины $d = 100$ м переброшен выпуклый мост в форме дуги окружности. Верхняя точка моста поднимается над берегом на высоту $h = 10$ м. Мост может выдержать максимальную силу давления $F = 44,1$ кН. При какой скорости автомобиль массы $m = 5000$ кг может проехать через такой мост?

1.193². На вертикальной оси укреплен горизонтальный штанга, по которой могут без трения перемещаться два груза с массами m_1 и m_2 , связанные нитью длины L . Система вращается с угловой скоростью ω . На каких расстояниях L_1 и L_2 от оси вращения находятся грузы, будучи в положении равновесия? Какова при этом сила натяжения T нити?

1.194². Камень, подвешенный к потолку на веревке, движется в горизонтальной плоскости по окружности, отстоящей от потолка на $h = 1,25$ м. Найдите период τ обращения камня.

1.195². Шарик массы m , подвешенный на нити, имеющей длину L , описывает окружность в горизонтальной плоскости. Какова должна быть сила T натяжения нити, чтобы радиус окружности, по которой движется шарик, мог достигнуть значения $2L/3$.

1.196³. Шарик, подвешенный на нити длины L , описывает окружность в горизонтальной плоскости. Нить составляет с вертикалью угол α . Найдите период τ обращения шарика, если маятник находится в лифте, движущемся с постоянным ускорением $a < g$, направленным вниз.

1.197². Шарик массы m , подвешенный на шнуре, описывает окружность в горизонтальной плоскости с частотой ν . Шнур составляет с вертикалью угол α . Найдите длину нерастянутого шнура L_0 , если известно, что для растяжения его до длины L требуется приложить к нему силу F .

1.198². На одном из концов пружины закреплено колечко. Оно надето на гвоздь, вбитый в стол. На другом конце пружины закреплен небольшой груз, который, скользя без трения по горизонтальному столу, движется по окружности. Линейная скорость груза v постоянна. Найдите радиус окружности, описываемой грузом, если известно, что длина недеформированной пружины L_0 и что длина пружины возрастает в $n = 2$ раза, если упомянутый груз подвесить на ней. Массой пружины пренебречь.

1.199². Велосипедист при повороте по закруглению радиуса R наклоняется к центру закругления так, что угол между плоскостью велосипеда и поверхностью земли равен α . Найдите скорость v велосипедиста.

1.200³. По сторонам прямого угла скользит жесткая палочка AB длины $2L$, посередине которой закреплена бусинка массы m (см. рисунок). Скорость точки B постоянна и равна v (точка B удаляется от вершины прямого угла). Определите, с какой силой N действует бусинка на палочку в тот момент, когда она составляет угол $\alpha = 45^\circ$ с вертикалью.

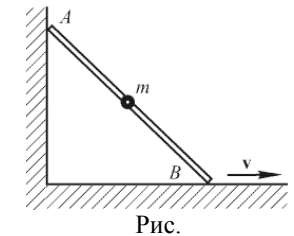


Рис.

1.201³. Вокруг вертикальной оси с постоянной угловой скоростью ω вращается невесомый горизонтальный жесткий стержень, по которому без трения могут двигаться два шарика одной и той же массы m . Шарик соединены между собой невесомой пружиной жесткости k , длина которой в недеформированном состоянии равна L_0 . Ближайший к вертикальной

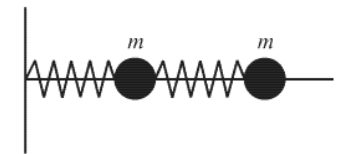


Рис.

оси шарик соединен с ней такой же пружиной (см. рисунок). Определите длину L каждой из пружин, если шарики движутся по окружностям.

Ответы:

$$1.183. \nu > \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{\mu g}{R}} \approx 0,16 \text{ с}^{-1}.$$

$$1.184. \tau = \sqrt[4]{\left(\frac{\mu g}{R}\right)^2 - \left(\frac{\omega}{\tau}\right)^4} \approx \frac{\tau_0}{\omega} \sqrt{\frac{\mu g}{R}} = 60 \text{ с}.$$

$$1.185. \mu = \frac{v^2}{Rg} \approx 0,2.$$

$$1.186. \nu = \sqrt{gR} \approx 180 \text{ км/ч}.$$

$$1.187. \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}.$$

$$1.188. \frac{F}{mg} = \frac{\omega^2 D}{2g} = 40.$$

$$1.189. F = (2\pi\nu)^2 |L_1 m_1 - L_2 m_2|.$$

$$1.190. F = mg - \frac{mv^2}{R} = 7,8 \text{ кН}; \nu_{\min} = \sqrt{gR} \approx 80 \text{ км/ч}.$$

$$1.191. F = mg \cos \alpha - \frac{mv^2}{R}.$$

$$1.192. \nu_{\min} = \sqrt{\frac{(4h^2 + d^2)(mg - F)}{8mh}} \approx 40,6 \text{ км/ч}.$$

$$1.193. L_1 = \frac{m_2}{m_1 + m_2} L; L_2 = \frac{m_1}{m_1 + m_2} L; T = \frac{m_1 m_2 L \omega^2}{m_1 + m_2}.$$

$$1.194. \tau = 2\pi \sqrt{\frac{h}{g}} \approx 2,25 \text{ с}.$$

$$1.195. T = \frac{3mg}{\sqrt{5}}.$$

$$1.196. \tau = 2\pi \sqrt{\frac{L \cos \alpha}{g - a}}.$$

$$1.197. L_0 = \frac{(2\pi\nu)^2 mL - F}{(2\pi\nu)^2 (mg - F \cos \alpha)} g.$$

$$1.198. R = \frac{1}{2} \left\{ L_0 + \sqrt{L_0^2 + \frac{4v^2}{g} L_0 (n-1)} \right\}.$$

$$1.199. \nu = \sqrt{gR \operatorname{ctg} \alpha}.$$

$$1.200. N = m \left(g - \frac{v^2}{L\sqrt{2}} \right).$$

$$1.201. L_1 = \frac{k^2}{m^2 \omega^4 + k^2 - 3m\omega^2 k} L_0, L_2 = \frac{k^2 (k - m\omega^2)}{m^2 \omega^4 + k^2 - 3m\omega^2 k} L_0.$$