

### 1.5. Движение по окружности. Вращательное движение твердого тела

Средние угловые скорость  $\omega$  и ускорение  $\varepsilon$  точки при движении по окружности определены выражениями

$$\langle \omega \rangle = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}, \quad \langle \varepsilon \rangle = \frac{\Delta\omega}{\Delta t};$$

при движении по окружности с постоянной угловой скоростью ( $\omega = \text{const}$ )

$$\varphi(t) = \varphi_0 + \omega t;$$

при движении по окружности с постоянным угловым ускорением ( $\varepsilon = \text{const}$ )

$$\omega(t) = \omega_0 + \varepsilon t; \quad \varphi(t) = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{1}{2} \varepsilon t^2.$$

Линейная скорость  $v$  точки при движении по окружности радиуса  $R$  с угловой скоростью  $\omega$  равна

$$v = \omega R.$$

Ускорение точки в проекциях на касательную и нормаль к траектории при движении точки по окружности радиуса  $R$  равно

$$a_\tau = \varepsilon R, \quad a_n = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R.$$

1.111<sup>1</sup>. Определите вид траектории материальной точки, которая начинает движение с некоторой начальной скоростью и имеет постоянное по величине ускорение, направление которого: а) постоянно; б) все время составляет угол  $90^\circ$  с вектором скорости точки, причем вектор ускорения лежит в одной и той же плоскости.

1.112<sup>1</sup>. Во сколько раз угловая скорость часовой стрелки больше угловой скорости суточного вращения Земли?

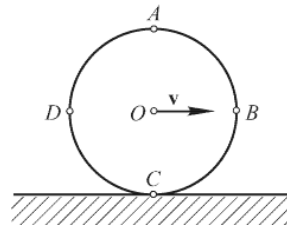
1.113<sup>1</sup>. При увеличении в 4 раза радиуса круговой орбиты искусственного спутника Земли период его обращения увеличивается в 8 раз. Во сколько раз изменяется при этом скорость движения спутника по орбите?

1.114<sup>1</sup>. Точка движется по окружности с постоянной скоростью  $v = 0,5$  м/с. Вектор скорости изменяет направление на  $\Delta\varphi = 30^\circ$  за время  $\Delta t = 2$  с. Каково нормальное ускорение точки?

1.115<sup>1</sup>. Каково ускорение точек земного экватора, обусловленное суточным вращением Земли? Во сколько раз  $n$  должна была бы увеличиться угловая скорость Земли, чтобы это ускорение стало равным  $g$ ? Радиус Земли  $R_3 = 6400$  км.

1.116<sup>2</sup>. С какой скоростью  $v$  и в какое время суток должен лететь самолет на широте Санкт-Петербурга ( $\varphi = 60^\circ$ ), чтобы летчик видел Солнце все время на юге?

1.117<sup>2</sup>. Сплошной диск катится без скольжения по горизонтальному участку дороги с постоянной скоростью  $v$  (см. рисунок). а) Докажите, что линейная скорость вращения относительно центра  $O$  любой точки диска, лежащей на его ободе, равна скорости поступательного движения диска  $v$ . б) Определите величину и направление скоростей точек  $A$ ,  $B$ ,  $C$  и  $D$ , лежащих на



К задаче 1.117

ободе диска, относительно неподвижного наблюдателя в тот момент, когда эти точки занимают показанное на рисунке положение. в) Какие точки диска имеют относительно неподвижного наблюдателя ту же по абсолютной величине скорость, что и центр диска?

1.118<sup>2</sup>. Найдите нормальное ускорение точек колеса автомобиля, соприкасающихся с дорогой, если автомобиль движется со скоростью  $v = 11$  км/ч, а его колеса делают  $n = 8$  оборотов в секунду.

1.119<sup>2</sup>. Диск радиусом  $R = 10$  см, начал вращение из состояния покоя с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon = 0,50$  рад/с<sup>2</sup>. Каковы тангенциальное  $a_\tau$ , нормальное  $a_n$  и полное  $a$  ускорения точек на окружности диска в момент времени  $t = 2,0$  с после начала вращения?

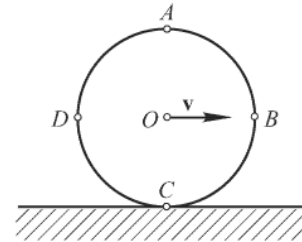
1.120<sup>1</sup>. Вал начинает вращение из состояния покоя и в первые  $t = 10$  с совершает  $N = 50$  оборотов. Считая вращение вала равноускоренным, определите угловое ускорение  $\varepsilon$  и угловую скорость  $\omega$  к концу десятой секунды вращения.

1.121<sup>2</sup>. Барабан начинает вращаться с постоянным угловым ускорением  $\varepsilon$  вокруг своей оси. По какому закону меняется с течением времени угол  $\varphi$  между векторами скорости и полного ускорения произвольной точки барабана? Каким будет значение  $\varphi_0$  этого угла к моменту, когда барабан сделает один полный оборот?

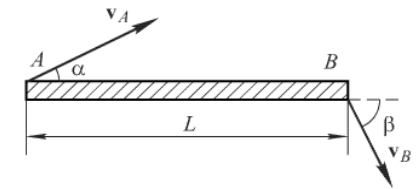
1.122<sup>1</sup>. Колесо имеет начальную частоту вращения  $\omega = 5,0$  с<sup>-1</sup>. После торможения частота вращения колеса уменьшилась за время  $t = 1,0$  мин до значения  $\nu = 3,0$  с<sup>-1</sup>. Найдите угловое ускорение колеса  $\varepsilon$  и число оборотов  $N$ , сделанных им за время торможения  $t$ , считая  $\varepsilon = \text{const}$ .

1.123<sup>1</sup>. Лопастей вентилятора вращаются с частотой  $\nu_0 = 15$  с<sup>-1</sup>. После выключения вентилятор, вращаясь равнозамедленно, сделал до остановки  $N = 75$  оборотов. Какое время  $t$  прошло с момента выключения вентилятора до его полной остановки?

1.124<sup>2</sup>. Плоский обруч движется так, что в некоторый момент времени скорости концов диаметра  $AB$  лежат в плоскости обруча и перпендикулярны этому диаметру (см. рисунок). Скорость точки  $A$  равна  $v_A$ , а скорость точки  $B$  равна  $v_B$ . Определите скорости концов диаметра  $CD$ , перпендикулярного  $AB$ , в этот же момент времени, считая, что эти скорости также лежат в плоскости обруча.



К задаче 1.124



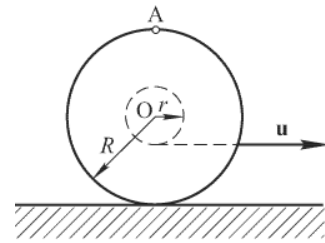
К задаче 1.125

1.125<sup>3</sup>. Палочка  $AB$  длины  $L$  движется в плоскости чертежа (см. рисунок) так, что в данный момент времени скорость ее конца  $A$  направлена под углом  $\alpha$ , а скорость конца  $B$  – под углом  $\beta$  к палочке. Значение скорости конца  $A$  равно  $v$ . Определите скорость  $v_B$  конца  $B$ .

1.126<sup>2</sup>. Тело брошено с отвесного обрыва высотой  $h$  с начальной скоростью  $v_0$  под углом  $\alpha$  к горизонту. Определите величины нормального  $a_n$  и тангенциального

$a_t$  ускорения спустя время  $\Delta t$  после начала движения. Найдите радиус кривизны  $R$  траектории в ее высшей точке.

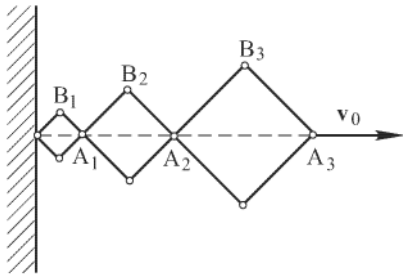
1.127<sup>2</sup>. Стержень длиной  $2L$  движется в горизонтальной плоскости таким образом, что в некоторый момент времени скорость одного конца стержня равна  $v_1$  и направлена под углом  $\alpha$  к стержню, скорость второго конца  $v_2$ . Определите угловую скорость  $\omega$  вращения стержня относительно его центра.



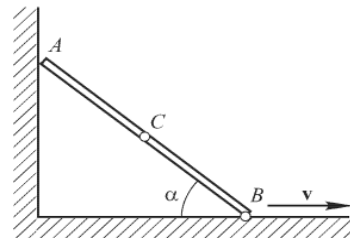
К задаче 1.128

1.128<sup>3</sup>. Катушка с намотанной на нее нитью лежит на горизонтальной поверхности стола и катится по ней без скольжения под действием нити (см. рисунок). С какой скоростью  $v$  будет перемещаться ось катушки, если конец нити тянуть в горизонтальном направлении со скоростью  $u$ ? Радиус внутренней части катушки  $r$ , внешней –  $R$ . Каковы будут скорость  $v_A$  и ускорение  $a_A$  точки  $A$ ?

1.129<sup>4</sup>. Шарнирная конструкция состоит из трех ромбов, длины сторон которых относятся как 1:2:3 (см. рисунок). Вершина  $A_3$  перемещается в горизонтальном направлении со скоростью  $v_0$ . Определите скорости вершин  $A_1, A_2, B_1$  и  $B_2$  в тот момент, когда все углы ромбов прямые.



К задаче 1.129



К задаче 1.130

1.130<sup>4</sup>. Концы  $A$  и  $B$  стержня  $AB$  скользят по сторонам прямого угла (см. рисунок). Как зависит от угла  $\alpha$  ускорение середины стержня (точки  $C$ ), если конец  $B$  движется с постоянной скоростью  $v$ ? Длина стержня равна  $L$ .

**Ответы:**

**1.5. Кинематика движения точки по окружности. Вращательное движение твердого тела.**

1.111. а) Парабола; б) Окружность.

1.112. В два раза.

1.113. Уменьшится в два раза.

$$1.114. a_n = v \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} = 0,13 \text{ м/с}^2.$$

$$1.115. a = \frac{4\pi^2 R}{T^2} = 3,4 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2; n = \sqrt{\frac{gT^2}{4\pi^2 R}} = 17.$$

1.116. Самолет должен вылететь в полдень и лететь противоположно вращению Земли со скоростью  $v = \frac{2\pi R}{T} \cos \varphi = 840 \text{ км/ч}$ .

1.117. б)  $v_A = 2v$ , точка  $A$  движется направо по горизонтали (см. рис. 1.117);  $v_B = v_D = v\sqrt{2}$ , точка  $B$  движется вертикально вниз, точка  $D$  – вертикально вверх,  $v_C = 0$ ; в) точки, находящиеся на расстоянии радиуса диска от точки  $C$ .

$$1.118. a_n = 2\pi n v = 10^3 \text{ м/с}^2.$$

$$1.119. a_t = \varepsilon R = 5,0 \cdot 10^{-2} \text{ м/с}^2; a_n = \varepsilon^2 R t^2 = 0,1 \text{ м/с}^2; a = \varepsilon R \sqrt{1 + \varepsilon^2 t^4} = 0,11 \text{ м/с}^2.$$

$$1.120. \varepsilon = \frac{4\pi N}{t^2} = 6,3 \text{ рад/с}^2; \omega = \frac{4\pi N}{t} = 63 \text{ рад/с}.$$

$$1.121. \varphi(t) = \text{arctg}(\varepsilon t^2), \varphi_0 = \text{arctg}(4\pi) = 85,5^\circ.$$

$$1.122. \varepsilon = \frac{2\pi(v_0 - v)}{t} = 0,21 \text{ рад/с}^2; N = \frac{v_0 + v}{2} t = 240.$$

$$1.123. t = \frac{2N}{v_0} = 10 \text{ с}.$$

$$1.124. v_C = v_D = \sqrt{\frac{v_A^2 + v_B^2}{2}}.$$

$$1.125. v_B = v \frac{\cos \alpha}{\cos \beta}.$$

$$1.126. a_n = \frac{g v_0 \cos \alpha}{v}; a_t = \frac{g |v_0 \sin \alpha - g \Delta t|}{v}; R = \frac{v_0^2 \cos^2 \alpha}{g}.$$

$$1.127. \omega = \frac{v_1 \sin \alpha \pm \sqrt{v_2^2 - v_1^2 \cos^2 \alpha}}{2L} \text{ (при условии } v_1 \sin \alpha > v_2).$$

$$1.128. v = u \frac{R}{R-r}, v_A = 2u \frac{R}{R-r}, a_A = \frac{u^2 R}{(R-r)^2}.$$

$$1.129. v_{A1} = \frac{v_0}{6}, v_{A2} = \frac{v_0}{2}, v_{B1} = \frac{v_0 \sqrt{2}}{12}, v_{B2} = \frac{v_0 \sqrt{5}}{6}.$$

$$1.130. a_C = \frac{v^2}{2L \sin^3 \alpha}.$$