

1.3. Кинематика равнопеременного движения

Средним ускорением точки в интервале времени от t до Δt называют вектор $\langle a \rangle$, равный отношению приращения Δv вектора скорости точки за этот промежуток времени к его продолжительности Δt :

$$\langle a \rangle = \frac{v(t + \Delta t) - v(t)}{\Delta t} = \frac{\Delta v}{\Delta t}.$$

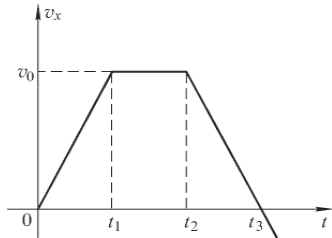
При движении вдоль оси Ox с постоянным ускорением a зависимости проекции скорости v_x на ось Ox и координаты x от времени имеют вид

$$v_x(t) = v_0 + at, \quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2.$$

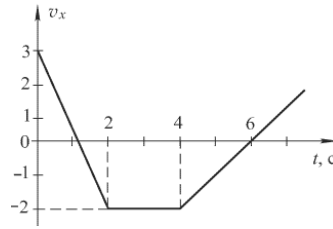
1.46¹. Тело движется вдоль оси Ox . Зависимость его координаты от времени имеет вид $x = At + Bt^2$, где $A = 4$ м/с, $B = -0,05$ м/с². Определите: а) зависимость скорости и ускорения от времени; б) момент времени t_0 , когда скорость тела станет равной нулю; в) путь S , пройденный телом за время $t_1 = 1$ мин.

1.47¹. Две точки движутся вдоль оси Ox . Заданы зависимости их координат от времени: $x_1(t) = A_1 + B_1 t + C_1 t^2$, где $A_1 = 20$ м, $B_1 = 2$ м/с, $C_1 = -4$ м/с²; $x_2(t) = A_2 + B_2 t + C_2 t^2$, где $A_2 = 2$ м, $B_2 = 2$ м/с, $C_2 = 0,5$ м/с². Определите момент t_B и координату x_B встречи точек. В какой момент времени t скорости этих точек будут одинаковы? Чему равны значения скорости v и ускорений a_1 и a_2 точек в этот момент?

1.48². На рисунке представлен график зависимости скорости тела от времени. Начальная координата тела $x(0) = 0$. Постройте графики зависимости ускорения и координаты тела, а также пройденного им пути от времени. Тело движется вдоль оси Ox .



К задаче 1.48



К задаче 1.49.

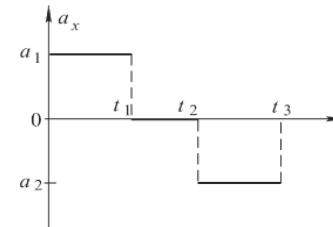
1.49². На рисунке представлен график зависимости скорости тела от времени. Начальная координата тела $x(0) = 0$. Постройте графики зависимости ускорения и координаты тела, а также пройденного им пути от времени. Определите среднюю и среднюю путевую скорости за первые 2,0 и 5,0 с движения. Тело движется вдоль оси Ox .

1.50². По графику $a_x(t)$ (см. рисунок) постройте графики $v_x(t)$, $x(t)$ и $S(t)$, если начальные условия следующие: а) $x(0) = 0$, $v_x(0) = 0$; б) $x(0) = x_0$, $v_x(0) = 0$; в) $x(0) = 0$, $v_x(0) = v(0) > 0$; г) $x(0) = 0$, $v_x(0) = -v_0 < 0$.

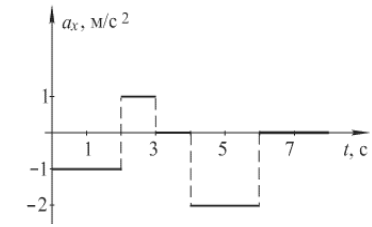
1.51². По графику $a_x(t)$ (см. рисунок) постройте графики $v_x(t)$, $x(t)$ и $S(t)$, если начальные условия следующие: $v(0) = 3$ м/с, $x(0) = 1$ м.

1.52². По известной зависимости $x(t)$ (см. рисунок, где OA , BC , CD , EF – дуги парабол, AB и DE – прямолинейные участки) постройте графики $S(t)$, $v_x(t)$, $a_x(t)$.

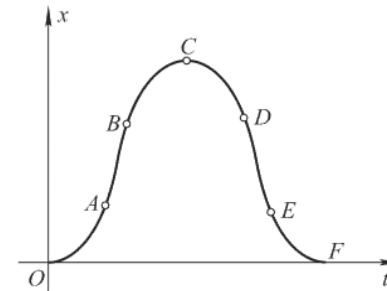
1.53². По известной зависимости $x(t)$ (см. рисунок, где OA , BC , DE , FG – дуги парабол, AB , CD , EF и GH – прямолинейные участки) постройте графики $S(t)$, $v_x(t)$, $a_x(t)$. Найдите с помощью этих графиков момент времени t_0 , в который мгновенная скорость $v(t_0)$ равна средней скорости за время t_0 .



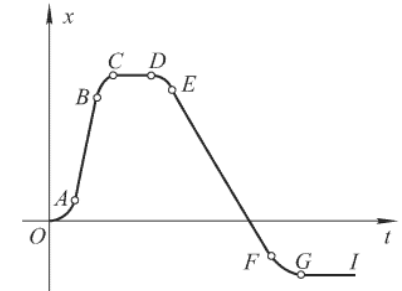
К задаче 1.50



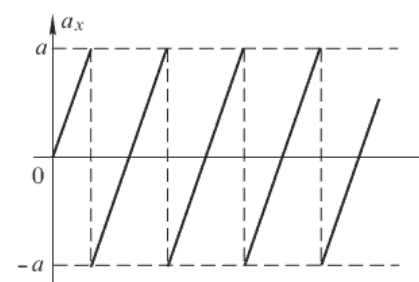
К задаче 1.51.



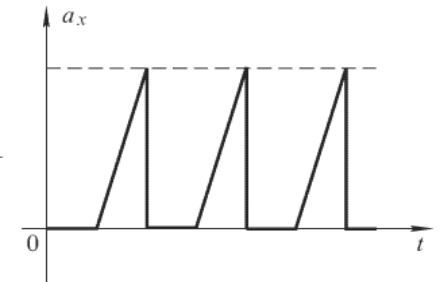
К задаче 1.52



К задаче 1.53.



К задаче 1.55



К задаче 1.56

1.54². Кабина лифта поднимается в течение первых 4 с равноускоренно, достигая скорости 4 м/с. С этой скоростью кабина движется равномерно в течение следующих 8 с, а последние 3 с перед полной остановкой она движется равнозамедленно. Определите перемещение h кабины лифта. Постройте графики зависимостей от времени перемещения, скорости и ускорения лифта.

1.55³. По графику $a_x(t)$ (см. рисунок) постройте график $v_x(t)$, считая $v(0) = 0$.

1.56³. По графику $a_x(t)$ (см. рисунок) постройте график $v_x(t)$, считая $v(0) = 0$.

1.57³. График зависимости скорости тела от времени имеет вид полуокружности (см. рисунок). Максимальная скорость тела равна v_0 , время движения t_0 . Определите путь, пройденный телом.

1.58². Автобус движется в течение 20 с по прямой до остановки, проходя при этом расстояние 310 м. Его начальная скорость 15 м/с. Докажите, что ускорение автобуса при этом изменяется по направлению.

1.59². Автомобиль начинает движение без начальной скорости и проходит первый километр с ускорением a_1 , а второй – с ускорением a_2 . При этом на первом километре его скорость возрастает на 10 м/с, а на втором – на 5 м/с. На каком участке его ускорение больше?

1.60². Тело, двигаясь равноускоренно в положительном направлении оси Ox , проходит два одинаковых отрезка пути по $S = 15$ м каждый соответственно в течение $t_1 = 2$ с и $t_2 = 1$ с. Определите ускорение и скорость тела в начале первого отрезка пути, считая, что проекция начальной скорости тела на ось Ox положительна.

1.61². Тело, двигаясь равноускоренно, за первые 5 с своего движения прошло путь $L_1 = 100$ м, а за первые 10 с – $L_2 = 300$ м. Определите начальную скорость тела.

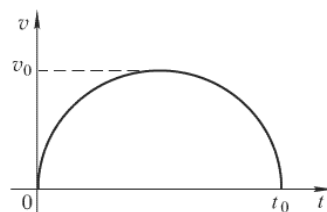
1.62². Начав двигаться равноускоренно из состояния покоя, тело приобрело скорость $v = 14$ м/с, пройдя некоторый путь. Чему равна скорость тела в момент, когда оно прошло половину этого пути?

1.63². Рядом с поездом на одной линии с передними буферами электровоза стоит человек. В тот момент, когда поезд начал двигаться с ускорением $a = 0,1$ м/с², человек начал идти в том же направлении со скоростью $v = 1,5$ м/с. Через какое время t поезд догонит человека? Какую скорость v_1 будет иметь поезд в этот момент? Какое расстояние S к этому моменту пройдет человек?

1.64³. В момент, когда опоздавший пассажир вбежал на платформу, мимо него за время t_1 прошел предпоследний вагон поезда. Последний вагон прошел мимо пассажира за время t_2 . На сколько времени пассажир опоздал к отходу поезда? Поезд движется равноускоренно, длина вагонов одинакова.

1.65². Два автомобиля выходят из одного пункта в одном направлении. Второй автомобиль выходит на $\tau = 20$ с позже первого. Оба движутся равноускоренно с одинаковым ускорением $a = 0,4$ м/с². Через какое время t после начала движения первого автомобиля расстояние между ними окажется равным $S = 240$ м? Начальная скорость обоих автомобилей равна нулю.

1.66². Конькобежец проходит путь $S = 450$ м с постоянной скоростью v , а затем тормозит до остановки с постоянным ускорением $a = 0,5$ м/с². При некотором значении v общее время движения конькобежца будет минимальным. Чему равно это минимальное время.



К задаче 1.57

1.67³. Тело начинает движение из точки A и движется сначала равноускоренно в течение времени t_0 , затем с тем же по величине ускорением равнозамедленно. Через какое время t от начала движения тело вернется в точку A ? Начальная скорость тела равна нулю.

1.68². Тело падает с высоты $h = 100$ м без начальной скорости. За какое время t_1 тело проходит первый метр своего пути и за какое время Δt – последний? Какой путь S_1 тело проходит за первую секунду своего падения и какой путь ΔS – за последнюю? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.69². Свободно падающее тело за первую и последнюю секунды своего падения прошло в общей сложности половину всего пути. С какой высоты h падало тело? За какое время T оно прошло весь путь? Начальная скорость тела равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.70³. Тело свободно падает с высоты $h = 270$ м. Разбейте этот путь на три участка h_1, h_2, h_3 так, чтобы на прохождение каждого из них требовалось одно и то же время. Определите h_1, h_2, h_3 . Начальная скорость тела равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.71². Тело брошено вертикально вверх с начальной скоростью $v_0 = 30$ м/с. Какой путь прошло тело за время $\tau = 4$ с? Каковы его средняя $\langle v \rangle$ и средняя путевая $v_{ср}$ скорости за это время? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.72². Тело падает с высоты $h = 45$ м. Найдите среднюю скорость его движения на второй половине пути. Начальная скорость тела равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.73². Покажите, что для тела, брошенного вертикально вверх с поверхности земли и падающего на нее же: а) конечная скорость по величине равна начальной скорости и б) время спуска равно времени подъема. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.74². Тело, брошенное вертикально вверх, вернулось на землю через $t = 3$ с. Какова начальная скорость v_0 тела? На какую высоту h оно поднялось? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.75². Тело бросают вертикально вверх. Наблюдатель измеряет промежуток времени t_0 между моментами, когда тело проходит точку B , находящуюся на высоте h . Найдите начальную скорость тела v_0 , а также общее время движения тела T . Сопротивление воздуха не учитывать.

1.76². Аэростат поднимается с Земли вертикально вверх с ускорением a . Через время τ от начала его движения из него выпал предмет. Через какое время T этот предмет упадет на Землю? Какова его скорость v в момент падения? Начальная скорость аэростата равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.77². Человек, сбросивший камень с обрыва, услышал звук его падения через время $t = 6$ с. Найдите высоту h обрыва. Скорость звука $u = 340$ м/с. Начальная скорость камня равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.78³. Глубину колодца хотят измерить с относительной погрешностью 5 %, бросая камень и измеряя время τ , через которое будет слышен всплеск. Начиная с каких значений τ необходимо учитывать время распространения звука? Скорость звука в воздухе $u = 340$ м/с.

1.79². С высокой башни друг за другом бросают два тела с одинаковыми по величине скоростями v_0 . Первое тело бросают вертикально вверх; спустя время τ бросают второе – вертикально вниз. Определите скорость и относительного движения тел и расстояние S между ними в момент времени $t > \tau$. Сопротивления воздуха не учитывать.

1.80². С крыши капая капли воды. Промежуток времени между отрывами капель $\tau = 0,1$ с. На каком расстоянии Δy друг от друга будут находиться через время $t = 1$ с после начала падения первой капли следующие три? Начальная скорость капель равна нулю. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.81². Тело свободно падает с высоты $h = 10$ м с нулевой начальной скоростью. В тот же момент другое тело бросают с высоты $H = 20$ м вертикально вниз. Оба тела упали на землю одновременно. Определите начальную скорость v_0 второго тела. Сопротивление воздуха не учитывать.

1.82². Тело брошено из точки A вертикально вверх с начальной скоростью v_0 . Когда оно достигло высшей точки траектории, из той же точки A с той же скоростью v_0 было брошено второе тело. На каком расстоянии h от точки A они встретятся? Сопротивление воздуха не учитывать.

1.83². Точка 1 движется согласно уравнениям $x_1(t) = 2t$; $y_1(t) = 5t$, а точка 2 – согласно уравнениям $x_2(t) = t + 1$; $y_2(t) = t^2 + 4$. Встретятся ли эти точки?

Ответы:**1.3. Кинематика равнопеременного движения.**

1.46. а) $v = A + 2Bt$; $a = 2B$; б) $t_0 = 40$ с; в) $S = 100$ м.

1.47. $t_0 = 2$ с; $x_0 = 8$ м; $t = 0$; $v = 2$ м/с; $a_1 = -8$ м/с²; $a_2 = 1$ м/с².

1.49. $\langle v_2 \rangle = 0,5$ м/с; $\langle v_{12} \rangle = 1,3$ м/с; $\langle v_3 \rangle = -0,9$ м/с; $\langle v_{13} \rangle = 1,7$ м/с.

1.53. Из начала координат проведите прямые – касательные к графику $x(t)$. Точки касания соответствуют моментам времени t_0 для различных значений средней скорости.

1.54. $h = 46$ м.

1.57. $x = \frac{\pi}{4} v_0 t_0$.

1.59. $a_1 = 5 \cdot 10^{-2}$ м/с²; $a_2 = 6,25 \cdot 10^{-2}$ м/с²; $a_2 > a_1$.

1.60. $a = \frac{2S(t_1 - t_2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)} = 5$ м/с²; $v_0 = \frac{S(t_2^2 + 2t_1 t_2 - t_1^2)}{t_1 t_2 (t_1 + t_2)} = 2,5$ м/с.

1.61. $v_0 = \frac{4L_1 - L_2}{2t} = 10$ м/с; здесь $t = 5$ с.

1.62. $v' = \frac{v}{\sqrt{2}} \approx 10$ м/с.

1.63. $t = \frac{2v}{a} = 30$ с; $v_1 = 2v = 3,0$ м/с; $S = \frac{2v^2}{a} = 45$ м.

1.64. $t = \frac{t_2^2 + 2t_1 t_2 - t_1^2}{2(t_1 - t_2)}$.

1.65. $t = \frac{S}{a\tau} + \frac{\tau}{2} = 40$ с.

1.66. $t_{\min} = 2\sqrt{\frac{S}{a}} = 60$ с.

1.67. $t = (2 + \sqrt{2})t_0$.

1.68. $t_1 = 0,45$ с; $\Delta t = 0,023$ с; $S_1 = 4,9$ м; $\Delta S = 40$ м.

1.69. $h = 8g(\Delta t)^2 = 78,4$ м; $T = 4\Delta t = 4$ с.

1.70. $h_1 = 30$ м; $h_2 = 90$ м; $h_3 = 150$ м.

1.71. $S = \frac{v_0^2}{g} - v_0 \tau + \frac{g\tau^2}{2} = 50$ м; $\langle v \rangle = v_0 - \frac{g\tau}{2} = 10$ м/с; $\langle v_l \rangle = \frac{v_0^2}{g\tau} - v_0 + \frac{g\tau}{2} = 12,5$

м/с.

1.72. $\langle v \rangle = \sqrt{gh} \frac{\sqrt{2} + 1}{2} \approx 25,4$ м/с.

1.74. $v_0 = \frac{gt}{2} = 14,7$ м/с; $h = \frac{gt^2}{8} = 11$ м.

$$1.75. v_o = \frac{g}{2} \sqrt{t_o^2 + \frac{8h}{g}}; T = \sqrt{t_o^2 + \frac{8h}{g}}.$$

$$1.76. T = \frac{a\tau}{g} \left(1 + \sqrt{1 + \frac{g}{a}} \right), v = -a\tau \sqrt{1 + \frac{g}{a}}.$$

$$1.77. h = \frac{u^2}{2g} \left(\sqrt{1 + \frac{2gt}{u}} - 1 \right)^2 = 150 \text{ м.}$$

$$1.78. \tau \approx 0,05 \frac{u}{g} \approx 1,85 \text{ с.}$$

$$1.79. u = 2v_o - g\tau; S = (2v_o - g\tau)t - v_o\tau + \frac{g\tau^2}{2}.$$

$$1.80. \Delta y_n = y_n - y_{n+1} = g\tau t - (2n-1) \frac{g\tau^2}{2}; \Delta y_1 = 0,93 \text{ м}; \Delta y_2 = 0,83 \text{ м}; \Delta y_3 = 0,74 \text{ м.}$$

$$1.81. v_o = \frac{H-h}{2h} \sqrt{2gh} \approx 7 \text{ м/с.}$$

$$1.82. h = \frac{3v_o^2}{8g}.$$

1.83. Встретятся (при $t = 1,0$ с).