1.2. Кинематика равномерного движения

Материальной точкой называют тело, форма и размеры которого несущественны в условиях данной задачи. Положение материальной точки определяется по отношению к какому-либо произвольно выбранному телу, называемому телом отсчета, с которым связана система отсчета – совокупность системы координат и часов, связанных с телом отсчета. Положение точки может быть охарактеризовано радиус-вектором r, проведенным из начала системы координат в данную точку. Линию, описываемую материальной точкой в пространстве, называют траекторией этой точки; расстояние, пройденное точкой вдоль траектории, – длиной пути (путем) точки. Длина пути – неотрицательная скалярная величина.

Вектор перемещения (перемещение) материальной точки за промежуток времени от t до $t + \Delta t$ – это приращение радиус-вектора точки за рассматриваемый промежуток времени:

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}(t+\Delta t) - \vec{r}(t).$$

Вектор средней скорости точки (средняя скорость по перемещению) равен

$$<\vec{v}> = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t},$$

где $\Delta\vec{r}$ – приращение радиус-вектора; проекции скорости на координатные оси

$$v_x = \frac{\Delta x}{\Delta t},\ v_y = \frac{\Delta y}{\Delta t},\ v_z = \frac{\Delta z}{\Delta t}.$$

Средне путевая скорость равна

$$<v> = \frac{\Delta S}{\Delta t},$$

где ΔS – путь, пройденный: за время Δt; средне путевая скорость – скалярная величина.

При движении с постоянной скоростью

$$\vec{r}(t) = \vec{r}_o + \vec{v}t;$$

$$x(t) = x_o + v_x t,\ y(t) = y_o + v_y t,\ z(t) = z_o + v_z t.$$

1.17[2]. Товарный поезд движется со скоростью v_1 = 36 км/ч. Спустя время τ = 30 мин с той же станции в том же направлении вышел экспресс со скоростью v_2 = 72 км/ч. Через какое время t после выхода товарного поезда и на каком расстоянии S от станции экспресс нагонит товарный поезд? Задачу решить аналитически и графически.

1.18[2]. Из пункта A выехал велосипедист со скоростью v_1 = 25 км/ч. Спустя время t_o = 6 мин из пункта B, находящегося на расстоянии L = 10 км от пункта A навстречу велосипедисту вышел пешеход. За время t_2 = 50 с пешеход прошел такой же путь, какой велосипедист проехал за t_1 = 10 с. На каком расстоянии S от пункта A встретятся пешеход и велосипедист?

1.19[2]. Камень, брошенный в горизонтальном направлении и прошедший расстояние S = 40 м, попадает в большой колокол. Удар о колокол был услышан человеком, бросившим камень, через время t = 3,9 с. Какова скорость камня v, если скорость звука u = 330 м/с? Действие силы тяжести не рассматривать.

1.20[2]. На тележке установлена труба, которая может поворачиваться в вертикальной плоскости (см. рис. 1). Тележка движется по горизонтальной поверхности со скоростью u = 2 м/с. Под каким углом α к горизонту следует установить трубу, чтобы капли дождя, падающие отвесно со скоростью v = 6 м/с, двигались в трубе параллельно ее стенкам, не задевая их? Скорость капель считать постоянной.

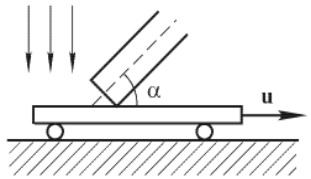

Рис. 1

1.21[2]. Капли дождя на окнах неподвижного трамвая оставляют полосы, наклоненные под углом α = 30° к вертикали. При движении трамвая со скоростью u = 18 км/ч полосы от дождя вертикальны. Найдите скорость капель дождя v в безветренную погоду и скорость ветра v_B.

1.22[2]. По неподвижному эскалатору метро пассажир поднимается за время t_1 = 120 с, а по движущемуся (при той же скорости движения относительно ступенек) – за t_2 = 30 с. Определите время подъема t_3 пассажира, неподвижно стоящего на движущемся эскалаторе.

1.23[2]. Самолет летит из пункта A в пункт B и обратно со скоростью v = 300 км/ч относительно воздуха. Расстояние между пунктами A и B равно S = 900 км. Сколько времени t затратит самолет на весь полет, если вдоль линии AB непрерывно дует ветер со скоростью u = 60 км/ч?

1.24[3]. Колонна автомашин длиной L = 2 км движется со скоростью v_1 = 36 км/ч. Из начала колонны выезжает мотоциклист, который, достигнув ее конца, возвращается обратно. Скорость мотоциклиста постоянна и равна v_2 = 54 км/ч. Сколько времени t будет в пути и какой путь S пройдет мотоциклист, пока он снова нагонит начало колонны?

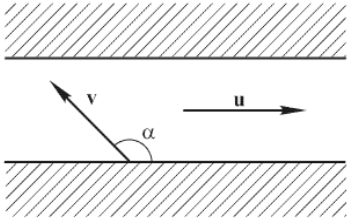

Рис. 2

1.25[2]. Мимо пристани вниз по реке проходит плот. В этот момент в этом же направлении в поселок отправляется моторная лодка. За время t = 45 мин лодка дошла до поселка, находящегося на расстоянии S_1 = 15 км от пристани, и, повернув обратно, встретила плот на расстоянии S_2 = 9 км от поселка. Каковы скорость u течения реки и скорость v лодки относительно воды?

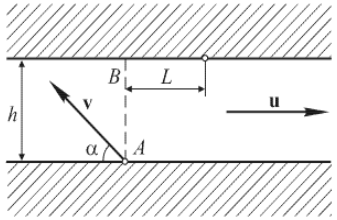

Рис. 3

1.26[2]. Лодка движется под углом α к течению реки (см. рис. 2). Ее скорость относительно воды равна v, скорость течения равна u. Найдите скорость v_o лодки относительно берега реки и угол β, который составляет вектор v_o с направлением течения.

1.27[2]. Лодочник, переправляясь через реку ширины h из пункта A в пункт B (см. рис. 3), все время направляет лодку под углом α к берегу. Найдите скорость лодки v относительно воды, если скорость течения реки равна u, а лодку снесло ниже пункта B на расстояние L.

1.28[3]. Из пункта A расположенного на берегу реки, необходимо попасть в пункт B, двигаясь по прямой AB (см. рис. 4). Ширина реки $AC = b$ = 1 км, $BC = a$ = 2 км,

скорость лодки относительно воды v = 5 км/ч, а скорость течения реки u = 2 км/ч. За какое время t может быть пройден отрезок AB?

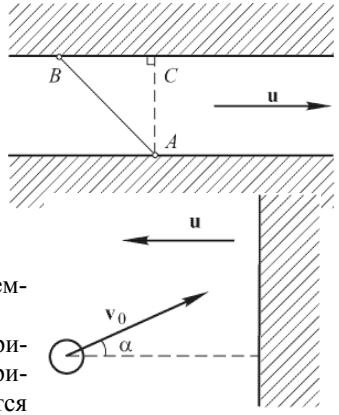

Рис. 5

1.29[3]. Воздушный шар поднимается в потоке воздуха, перемещающемся относительно земной поверхности в горизонтальном направлении. Пилот на шаре определил, что скорость ветра относительно шара v' = 6 м/с, скорость удаления шара от земли v_B = 5 м/с и скорость его горизонтального перемещения $v_г$ = 6 м/с. Определите скорость ветра v относительно Земли.

1.30[3]. Вертикальная гладкая плита движется горизонтально со скоростью u (см. рис. 5). Летящий в горизонтальной плоскости со скоростью v_0 шарик соударяется с плитой. Направление полета шарика составляет угол α с перпендикуляром к плите. Найдите скорость v шарика сразу после соударения с плитой, считая, что массивная плита не изменила своей скорости в результате соударения с шариком (соударение абсолютно упругое). Силой тяжести пренебречь.

1.31[2]. Автобус выходит из пункта A и проходит расстояние S = 40 км до пункта B со средней скоростью v_1 = 40 км/ч и останавливается там на время t = 20 мин. Затем он возвращается в пункт A, проходя расстояние S со средней скоростью v_2 = 60 км/ч. Найдите среднюю $\langle v\rangle$ и средне путевую $\langle v_l\rangle$ скорости за все время движения автобуса.

1.32[2]. Собака убежала от своего хозяина на расстояние S = 100 м за t = 8,4 с, а затем за треть этого времени пробежала половину пути обратно. Вычислите ее среднюю $\langle v\rangle$ и средне путевую $\langle v_l\rangle$ скорости.

1.33[2]. Первую треть времени точка движется со скоростью v_1, вторую треть – со скоростью v_2, последнюю – со скоростью v_3. Найдите среднюю скорость точки за все время движения.

1.34[2]. Первую треть пути точка движется со скоростью v_1, вторую треть – со скоростью v_2, последнюю – со скоростью v_3. Найдите среднюю скорость точки за все время движения.

1.35[2]. В квалификационных заездах автогонщик перед соревнованиями должен на протяжении четырех кругов показать средне путевую скорость v = 200 км/ч. Из-за сбоев в двигателе средне путевая скорость автомобиля на первых двух кругах оказалась равной v_1 = 170 км/ч. С какой средней путевой скоростью v_2 гонщик должен пройти два последних круга?

1.36[2]. Катер, двигаясь вниз по течению, затратил время в n = 3 раза меньшее, чем на обратный путь. Определите, с какими скоростями относительно берега двигался катер, если его средняя скорость на всем пути составила $\langle v\rangle$ = 3 км/ч.

1.37[1]. Оцените среднюю и средне путевую скорость кончика минутной стрелки часов за 15, 30 и 45 минут.

1.38[2]. Тело совершает в плоскости xOy два последовательных, одинаковых по длине перемещения со скоростями v_1 = 20 м/с под углом α_1 = 60° к направлению оси Ox и v_2 = 40 м/с под углом α_2 = 120° к тому же направлению. Найдите среднюю скорость движения $\langle v\rangle$.

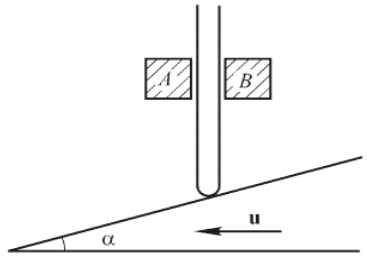

Рис. 6

1.39[3]. Два тела движутся с постоянными скоростями по взаимно перпендикулярным прямым. Скорость первого тела v_1 = 30 м/с, скорость второго v_2 = 20 м/с. В тот момент, когда расстояние между телами наименьшее, первое тело находится на расстоянии S_1 = 500 м от точки пересечения прямых. На каком расстоянии S_2 от точки пересечения прямых находится в этот момент второе тело?

1.40[3]. На наклонную плоскость, составляющую с горизонтом угол α, опирается стержень, который может перемещаться только по вертикали благодаря направляющему устройству AB (см. рис. 6). С какой скоростью v поднимается стержень, если наклонная плоскость движется влево в горизонтальном направлении со скоростью u?

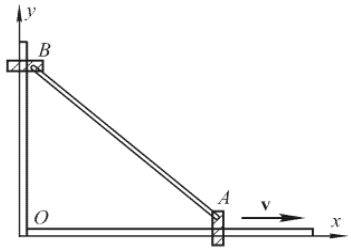

Рис. 7

1.41[3]. Стержень длиной L шарнирно соединен с муфтами A и B, которые перемещаются по двум взаимно перпендикулярным рейкам (см. рис. 7). Муфта A движется вдоль оси Ox с постоянной скоростью v. Приняв за начало отсчета времени момент, когда муфта A находилась в точке O, определите зависимость от времени координаты $y(t)$ и скорости $v_y(t)$ муфты B.

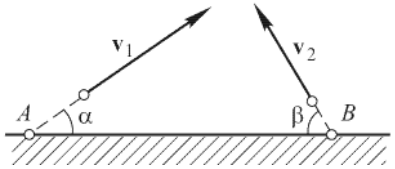

Рис. 8

1.42[3]. Человек, стоящий на крутом берегу озера, тянет за веревку находящуюся на воде лодку. Скорость, с которой человек выбирает веревку, постоянна и равна v. Какую скорость u будет иметь лодка в момент, когда угол между веревкой и поверхностью воды равен α?

1.43[3]. Из двух портов A и B, расстояние между которыми равно L, одновременно выходят два катера, один из которых плывет со скоростью v_1, а второй – со скоростью v_2. Направление движения первого катера составляет угол α, а второго – угол β с линией AB (см. рис. 8). Каким будет наименьшее расстояние S между катерами?

1.44[4]. Первую половину времени автомобиль двигался со скоростью v_1, а вторую – следующим образом: половину оставшегося расстояния он ехал со скоростью v_2, а вторую половину оставшегося расстояния со скоростью, равной средней скорости движения на двух предыдущих участках. Определите среднюю скорость $\langle v\rangle$ автомобиля за все время его движения. Автомобиль движется прямолинейно в одном направлении.

1.45[4]. Первую половину пути автомобиль двигался со скоростью v_1, а вторую половину пути – следующим образом: половину времени, оставшегося на прохождение этой половины пути, он ехал со скоростью v_2, а конечный отрезок всего пути с такой скоростью, что она оказалась равной средней скорости движения на первых двух участках. Чему равна средняя скорость <v> автомобиля на всем пути? Автомобиль движется прямолинейно в одном направлении.

Ответы:

1.2. Кинематика равномерного движения точки.

1.17. $t = \dfrac{v_2\tau}{v_2 - v_1} = 1$ ч; $S = \dfrac{v_1 v_2 \tau}{v_2 - v_1} = 36$ км.

1.18. $S = \dfrac{Lt_2 + v_1 t_1 t_o}{t_1 + t_2} = 8{,}75$ км.

1.19. $v = \dfrac{uS}{ut - S} = 10{,}6$ м/с.

1.20. $tg\alpha = \dfrac{v}{u} = 3$; $\alpha = 71^o 35^/$.

1.21. $v = 8{,}66$ м/с; $v_в = 5$ м/с.

1.22. $t_3 = \dfrac{t_1 t_2}{t_1 - t_2} = 40$ с.

1.23. $t = \dfrac{2Sv}{v^2 - u^2} = 6{,}25$ ч.

1.24. $t = \dfrac{2Lv_2}{v_2^2 - u_1^2} = 8$ мин; $S = \dfrac{2Lv_2^2}{v_2^2 - v_1^2} = 7{,}2$ км.

1.25. $u = \dfrac{S_1 - S_2}{2t} = 4$ км/ч; $v = \dfrac{S_1 + S_2}{2t} = 16$ км/ч.

1.26. $v_o = \sqrt{v^2 + u^2 + 2vu\cos\alpha}$; $\sin\beta = \dfrac{v\sin\alpha}{\sqrt{v^2 + u^2 + 2vu\cos\alpha}}$.

1.27. $v = \dfrac{hu}{L\sin\alpha + h\cos\alpha}$.

1.28. $t = \dfrac{ua + \sqrt{v^2(a^2 + b^2) - u^2 b^2}}{v^2 - u^2} \approx 43$ мин.

1.29. $v = v_г + \sqrt{v^{/2} - v_в^2} = 9{,}3$ м/с.

1.30. $v = \sqrt{v_o^2 + 4v_o u\cos\alpha + 4u^2}$.

1.31. <v> = 0, $v_{сп} = \dfrac{2Sv_1 v_2}{S(v_1 + v_2) + v_1 v_2 t} = 40$ км/ч.

1.32. $< v >= \dfrac{3S}{8t} = 4{,}5$ м/с в направлении от хозяина; $v_{сп} = \dfrac{9S}{8t} = 13{,}4$ м/с.

1.33. $< v >= \dfrac{v_1 + v_2 + v_3}{3}$.

1.34. $< v >= \dfrac{3v_1 v_2 v_3}{v_1 v_2 + v_2 v_3 + v_1 v_3}$.

1.35. $v_2 = \dfrac{vv_1}{2v_1 - v} = 243$ км/ч.

1.36. $v_1 = \dfrac{(n+1) < v >}{2} = 6$ км/ч; $v_2 = \dfrac{(n+1) < v >}{2n} = 2$ км/ч.

1.37. Если длина минутной стрелки R = 1 см, то $<v>=<v_3>\approx 1{,}6\cdot 10^{-5}$ м/с, $<v_2>\approx 1{,}1\cdot 10^{-5}$ м/с, $v_{сп1}=v_{сп2}=v_{сп3}\approx 1{,}7\cdot 10^{-5}$ м/с.

1.38. $<v>=23$ м/с; <v> направлена по нормали к оси Ox.

1.39. $S_2=\dfrac{S_1v_1}{v_2}=750$ м.

1.40. $v=utg\alpha$.

1.41. $y(t)=\sqrt{L^2-v^2t^2}$, $v_y(t)=\dfrac{v^2t}{\sqrt{L^2-v^2t^2}}$.

1.42. $u=\dfrac{v}{\cos\alpha}$.

1.43. $S=\dfrac{L\,|v_2\sin\beta-v_1\sin\alpha\,|}{\sqrt{v_1^2+v_2^2+2v_1v_2\cos(\alpha+\beta)}}$.

1.44. $<v>=\dfrac{v_1+\sqrt{v_1(v_1+8v_2)}}{4}$.

1.45. $<v>=\dfrac{\sqrt{v_2(v_2+8v_1)}-v_2}{2}$.